МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”

Петранова Марина Юріївна

УДК 519.21

ВИПАДКОВІ ГАУССОВІ ПРОЦЕСИ ЗІ СТІЙКИМИ КОРЕЛЯЦІЙНИМИ ФУНКЦІЯМИ

01.01.05 – теорія ймовірностей і математична статистика

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ – 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі прикладної математики Донецького національного університету імені Василя Стуса Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор фізико–математичних наук, професор
КОЗАЧЕНКО Юрій Васильович

Офіційні опоненти: доктор фізико–математичних наук, професор
ЄЛЕЙКО Ярослав Іванович,
Львівський національний університет
імені Івана Франка,
професор кафедри математичної
статистики і диференціальних рівнянь

доктор фізико–математичних наук, доцент
РОЗОРА Ірина Василівна,
Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, доцент кафедри прикладної
статистики

Захист відбудеться “28” квітня 2021 р. о 16 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 26.002.31 Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського” за адресою: 03056, м. Київ, просп. Перемоги, 37, корпус №7, аудиторія 423.

З дисертацією можна ознайомитись в Науково-технічній бібліотеці імені Г.І. Денисенка Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського” за адресою: 03056, м. Київ, просп. Перемоги, 37.

Автореферат розісланий “ ” березня 2021 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради М.К. Ільєнко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Дисертаційну роботу присвячено дослідженню випадкових гауссових процесів зі стійкими кореляційними функціями, їх властивостям та моделюванню деяких таких процесів, наприклад, процесу Орнштейна–Уленбека. Вивчення різних класів випадкових процесів, дослідження їх властивостей, оцінки розподілу їх супремумів та моделювання цих процесів є актуальною задачею випадкових процесів.

Побудова математичних моделей випадкових процесів, дослідження їх загальних властивостей є розділом теорії випадкових процесів, який стрімко розвивається. Активно розробляються різні методи моделювання випадкових процесів, зростає сфера застосування стохастичних моделей в різних областях соціальних та природничих наук, таких як фізика, соціологія, фінансова математика, теорія масового обслуговування тощо. В цій тематиці працювало багато науковців, серед них можна відзначити Г.О. Михайлова, С.М. Єрмакова, М.Й. Ядренка, Ю.В. Козаченка, А.О. Пашка, А.В. Войтишека, Ю.І. Палагіна, О.С. Шалигіна, І.В. Розору та інших. Г.О. Михайловим та його учнями було запроваджено багато нових напрямків в теорії моделювання випадкових процесів.

Велика кількість робіт присвяченна моделюванню випадкових процесів, але в небагатьох з них висвітлюються питання надійності та точності побудованних моделей. Вперше проблема надійності та точності моделювання випадкових процесів досліджувались у роботах Ю.В. Козаченка, Л.Ф. Козаченко, А.О. Пашка. В роботах Ю.В. Козаченка, Л.Ф. Козаченко було побудовано модель випадкового процесу, яка наближує процес із заданою надійністю та точністю у банаховому просторі $L_2([0,T])$. Книга Ю.В. Козаченка та А.О. Пашка присвячена моделюванню субгауссових випадкових процесів, також у ній побудовано моделі, що наближають процес із даною надійністю і точністю в різних банахових просторах. Крім того, досліджувались надійність та точність моделювання гауссового випадкового процесу з використанням методу Г.О. Михайлова у таких функціональних просторах як $L_p([0,T]), p \geqslant 1, C([0,T])$, та деяких просторах Орліча.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційну роботу виконано в рамках держбюджетної теми № 15-1вв/18 "Аналітичні методи дослідження стохастичних диференціальних рівнянь" (номер державної реєстрації 0115U000087) кафедри прикладної механіки і комп'ютерних технологій Донецького національного університету імені Василя Стуса (з 2019 року кафедра прикладної математики Донецького національного університету імені Василя Стуса, наказ від 28.08.2019 № 294/05) та розробки "Розроблення електронної краудфандінгової платформи індексації, пошуку, класифікації та аналізу метричних книг та інших історичних документів" (номер державної реєстрації 0118U003139) кафедри прикладної механіки і комп'ютерних технологій Донецького національного університету імені Василя Стуса (з 2019 року кафедра прикладної математики Донецького національного університету імені Василя Стуса, наказ від 28.08.2019 № 294/05).

Мета і завдання дослідження. Дисертаційну роботу присвячено дослідженню випадкових гауссових процесів зі стійкими кореляційними функціями. Метою роботи є вивчення властивостей гауссових процесів зі стійкими кореляційними функціями, а також моделювання таких процесів. Для цього використовуються методи теорії випадкових процесів, розширюється коло теоретичних і практичних застосувань даних процесів.

Об'єктом дослідження є гауссові випадкові процеси зі стійкими кореляційними функціями.

Предметом дослідження є стохастичний і статистичний аналіз, що використовуються для моделювання і дослідження таких процесів.

Методи дослідження. В роботі використовуються методи теорії ймовірностей, аналітичний апарат теорії випадкових процесів та математичної статистики тощо.

Наукова новизна одержаних результатів. Основними науковими результатами, що виносяться на захист, є такі:

— знайдено розподіл супремуму дійсного гауссового випадкового процесу зі стійкою кореляційною функцією;
— описано поведінку дійсного гауссового стаціонарного процесу зі стійкою кореляційною функцією $X_\alpha(t)$ при прямуванні t до нескінченності;
— знайдено розподіл норми в просторі $L_p(T)$ дійсного гауссового випадкового процесу зі стійкою кореляційною функцією;
— описано аналітичні властивості гауссових випадкових процесів зі стійкими корелляційними функціями;
— наведені означення, деякі властивості та їх аналіз для власного комплексного випадкового процесу;
— отримано оцінки розподілу деяких функціоналів з модуля стаціонарних гауссових власних комплексних випадкових процесів;

— побудовано моделі, які наближають гауссовий процес зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$ із заданою надійністю $1-\alpha, 0 < \alpha < 1$ та точністю $\beta > 0$ в просторах $C([0,T])$ і $L_p([0,T]), p \geqslant 1$;
— знайдено новий метод побудови довірчого інтервалу для параметра θ_0 процесу Орнштейна–Уленбека;
— сформовано і побудовано критерій перевірки гіпотези про вигляд кореляційної функції центрованого дійсного гауссового стаціонарного процесу, яка дорівнює

$$\rho_\alpha(\tau) = B^2 \exp\left\{-d|\tau|^\alpha\right\},$$

де $0 < \alpha \leqslant 2$, $d > 0$.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані в дисертаційній роботі результати мають теоретичне значення та практичне застосування в різних областях природничих наук, таких як фізика, фінансова математика тощо.

Особистий внесок здобувача. Основні результати, що виносяться на захист, отримані автором самостійно. Визначення напрямку досліджень, постановка задач та загальне керівництво роботою належать науковому керівнику доктору фіз.–мат. наук, професору Ю. В. Козаченку. У сумісних роботах з Ю. В. Козаченком [2, 4, 5] співавтору належить постановка задач та загальне керівництво роботою, основні результати отримані дисертантом особисто. У роботі у співавторстві з Б. В. Бондаревим [1] постановка задачі належить співавтору, в основну частину дисертації включені результати, що отримані здобувачем особисто.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертації доповідались та обговорювались на наукових конференціях та засіданнях наукових семінарів провідних українських установ, а саме:
— Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу: Всеукраїнська наукова конференція. м. Ворохта, 22–25 лютого 2017 р.
— Конференція професорсько-викладацького складу ДонНУ імені Василя Стуса за 2015-2016 рр. 2017 р.
— Восьма міжнародна науково-практична конференція студентів, аспірантів і молодих вчених «Сучасні задачі прикладної статистики, промислової, актуарної та фінансової математики». м.Вінниця, 20–22 квітня 2016 р.
— VIII міжнародна школа-семінар «Теорія прийняття рішень». м.Ужгород, 26 вересня – 1 жовтня 2016 р.

— Вісімнадцята міжнародна наукова конференція імені академіка Михайла Кравчука. м.Київ, 7–10 жовтня 2016 р.

— Міжнародна наукова конференція «Методика викладання та методи дослідження в математиці». м. Берегове, 21–23 квітня 2016 р.

— IX Всеукраїнська конференція студентів, аспірантів та молодих вчених з математики. 10–11 квітня 2020 р.

— International Conference "Stochastic Equations, Limit Theorems and Statistics of Stohastic Processes", Kyiv, Ukraine, September 17–22, 2018.

— International Conference "Differential Equations, Mathematical Physics and Aplications", Cherkasy, Ukraine, October 17–19, 2017.

— International Conference "Modern Stochastics: Theory and Applications.IV", Kyiv, Ukraine, May 24–26, 2018.

— Науковий семінар "Статистичні проблеми для випадкових процесів і полів" Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", м. Київ, Україна, 10 грудня 2020 р.

— Міжкафедральний семінар факультету математики та цифрових технологій ДВНЗ "Ужгородський національний університет", м. Ужгород, Україна, 16 грудня 2020 р.

— Семінар з фрактального аналізу Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, м. Київ, Україна, 24 грудня 2020 р.

Публікації. За результатами досліджень опубліковано 16 наукових праць, у тому числі 5 статей у наукових фахових виданнях України [1, 2, 3, 4, 5], з яких 2 статті у виданнях, що включені до міжнародної наукометричної бази Scopus [4, 5], 1 стаття в іншому виданні [6], 10 тез доповідей в збірниках матеріалів конференцій [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16].

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається з анотації, вступу, п'яти розділів, розбитих на підрозділи, висновків, списку використаних джерел (105 найменувань), та додатку, який містить список публікацій здобувача за темою дисертації. Повний обсяг дисертації становить 129 сторінок, основний текст займає 110 сторінки.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність обраної теми, сформульовано мету і завдання дослідження, об'єкт, предмет та методи дослідження, висвітлено наукову новизну, коротко викладені основні результати роботи та окреслено можливі практичні застосування одержаних результатів, наведено відомості про публікації, особистий внесок здобувача і ступінь апробації роботи.

У **першому розділі** міститься короткий історичний огляд літератури за тематикою дисертації та описано сучасний стан вивчення проблем, схожих до тих, що розглядаються в дисертаційній роботі.

У **другому розділі** розглядаються дійсні стаціонарні процеси зі стійкою кореляційною функцією, зокрема розподіли деяких функціоналів від цих процесів та деякі їх властивості. У **підрозділі 2.1** знаходяться оцінки розподілу супремуму гауссовських стаціонарних процесів зі стійкою кореляційною функцією.

Означення 2.1. Дійсний стаціонарний гауссовий процес $X_\alpha = \{X_\alpha(t), t \in \mathbf{R}\}$, $0 < \alpha \leqslant 2$, такий що $EX_\alpha(t) = 0$,

$$\rho_\alpha(h) := EX_\alpha(t+h)X_\alpha(t) = B^2 \exp\left\{-d|h|^\alpha\right\}, \alpha > 0, d > 0$$

називається дійсним гауссовим стаціонарним процесом зі стійкою кореляційною функцією.

Теорема 2.2. Нехай X_α – дійсний сепарабельний гауссовий стаціонарний процес зі стійкою кореляційною функцією. Тоді для будь-яких $-\infty < a < b < +\infty$, $0 < \theta < 1$, $\beta < \min\left(1, \dfrac{\alpha}{2}\right)$, $\varepsilon > 0$ має місце нерівність:

$$P\left\{\sup_{t\in[a,b]} |X(t)| > \varepsilon\right\} \leqslant \exp\left\{-\frac{\varepsilon^2(1-\theta)^2}{2B^2}\right\} \times 2^{1/\beta-1}\left(\frac{(b-a)(\sqrt{2d})^{2/\alpha}}{\theta^{2/\alpha}\left(1-\frac{2\beta}{\alpha}\right)^{1/\beta}} + 1\right).$$

У **підрозділі 2.2** вивчається поведінка гауссових стаціонарних процесів зі стійкою кореляційною функцією на нескінченності.

Теорема 2.3. Нехай $X_\alpha = \{X_\alpha(t), t \in \mathbf{R}\}$ – дійсний гауссовий стаціонарний процес зі стійкою кореляційною функцією, $C = \{C(t), t \geqslant 0\}$ – монотонно зростаюча функція, така що $C(t) \geqslant 1, t \geqslant 0$ та $C(t) \to \infty$ при $t \to \infty$; $b_0, b_1, b_2, ..., b_k, ...$ – така послідовність, що $b_0 = 0, b_k <$

b_{k+1}, та $b_k \to \infty$ при $k \to \infty$, $r_0, r_1, r_2, ..., r_k, ...$ – така послідовність, що $r_k > 1$ та $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{r_k} = 1$, $C_k = C(b_k), k = 0, 1, 2...$ і виконуються умови:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{r_k}{C_k^2} < \infty, \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{r_k}(b_{k+1} - b_k)^{\gamma} < \infty,$$

де γ – деяке число, що $0 < \gamma < 1$. Тоді при будь-якому $0 < \theta < 1$, $\varepsilon > 0$ справджується нерівність:

$$P\left\{\sup_{t \geqslant 0} \frac{|X_\alpha(t)|}{C(t)} > \varepsilon\right\} \leqslant 2^{\frac{4}{\alpha}-1} \exp\left\{-\frac{\varepsilon^2(1-\theta)^2}{2B^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{r_k}{C_k^2}}\right\}$$
$$\times \exp\left\{\frac{1}{\theta^{\gamma/2}\gamma^\gamma}(\sqrt{2d})^{\frac{2\gamma}{\alpha}} 2^{\frac{4\gamma}{\alpha}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{r_k}(b_{k+1} - b_k)^{\gamma}\right\}.$$

У **підрозділі 2.3** досліджуються деякі аналітичні властивості гауссових стаціонарних процесів зі стійкою кореляційною функцією.

Теорема 2.5. Нехай $\{\mathbb{T}, \Lambda, \mu\}$ – вимірний простір, $X = \{X(t), t \in \mathbb{T}\}$ – гауссовий випадковий процес. Нехай також існує інтеграл Лебега

$$\int_{\mathbb{T}} \left(E|X(t)|^2\right)^{p/2} d\mu(t), p \geqslant 1.$$

Тоді з ймовірністю 1 існує $\int\limits_{\mathbb{T}} E|X(t)|^p d\mu(t)$, та для всіх ε, таких що $\varepsilon > Cp^{p/2}$, де $c = \int\limits_{\mathbb{T}} \left(E|X(t)|^2\right)^{p/2} d\mu(t)$ має місце нерівність

$$P\left\{\left(\int_{\mathbb{T}} |X(t)|^p d\mu(t)\right)^{1/p} > \varepsilon\right\} \leqslant 2^{\frac{4}{\alpha}-1} \exp\left\{-\frac{\varepsilon^2(1-\theta)^2}{2B^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{r_k}{C_k^2}}\right\}$$
$$\times \exp\left\{\frac{1}{\theta^{\gamma/2}\gamma^\gamma}(\sqrt{2d})^{\frac{2\gamma}{\alpha}} 2^{\frac{4\gamma}{\alpha}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{r_k}(b_{k+1} - b_k)^{\gamma}\right\}.$$

У **підрозділі 2.4** досліджується розподіл норми в просторі $L_p(T)$ дійсного гауссового випадкового процесу зі стійкою кореляційною функцією.

Теорема 2.9. Нехай $X_\alpha = \{X_\alpha(t), t \in [a, b]\}$ – сепарабельний центрований гауссовий процес зі стійкою кореляційною функцією. Тоді при всіх $0 < \alpha < 2$ процес $X_\alpha(t)$, $t \in [a,b]$ – вибірково неперервний з імовірністю одиниця та для довільних $\varepsilon > 0$, $0 < p < 1$, $0 < \beta < \min(1,\alpha)$, $x > \hat{B}(p,\varepsilon)$, де

$$\hat{B}(p,\varepsilon) = \frac{4(3-p)}{3p(1-p)^2} \cdot \frac{1}{2^{(1+\beta)/2}} (b-a)^{\beta/2} (\sqrt{2d})^{\beta/\alpha} \cdot B^{\beta/\alpha} \times \\ \times \frac{1}{(1-\beta/\alpha)} \left(\sqrt{2d} B \varepsilon^{\alpha/2}\right)^{1-\beta/\alpha},$$

виконується нерівність

$$P\left\{ \sup_{|t-s|\leqslant\varepsilon} |X(t)-X(s)| > x \right\} \leqslant 2\exp\left\{ -\frac{1}{2}\left(\frac{x-\hat{B}(p,\varepsilon)}{A(p,\varepsilon)}\right)^2 \right\},$$

де $A(p,\varepsilon) = \dfrac{(3-p)\sqrt{2d} B \varepsilon^{\alpha/2}}{(1-p)^2}$.

Третій розділ присвячено комплексним випадковим процесам, які є одним із найважливіших узагальнень поняття випадкового процесу.

У **підрозділі 3.1** наведено основні означення, пов'язані з комплексними випадковими процесами.

Означення 3.1. Випадковий процес вигляду

$$X(t) = X_c(t) + iX_s(t), t \in \mathbb{R},$$

де $X_c(t)$ та $X_s(t)$ є дійснозначними випадковими процесами (c – косинус, s – синус), називається комплексним випадковим процесом.

Означення 3.2. Функція

$$\begin{aligned} r(\tau,t) &= EX(t+\tau)\overline{X}(t) \\ &= EX_c(t+\tau)X_c(t) + EX_s(t+\tau)X_s(t) \\ &\quad + i\left(EX_s(t+\tau)X_c(t) - EX_c(t+\tau)X_s(t)\right) \end{aligned}$$

називається кореляційною функцією процесу $X(t)$.

Функція

$$\begin{aligned} \widehat{r}(\tau,t) &= EX(t+\tau)X(t) \\ &= EX_c(t+\tau)X_c(t) - EX_s(t+\tau)X_s(t) \\ &\quad + i\left(EX_c(t+\tau)X_s(t) + EX_s(t+\tau)X_c(t)\right) \end{aligned}$$

називається псевдокореляційною функцією процесу $X(t)$.

Означення 3.3. Комплексний випадковий процес $X(t)$ називається власним комплексним випадковим процесом, якщо псевдокореляційна функція цього процесу дорівнює нулю, $EX(t+\tau)X(t) = 0$, тобто коли умови

$$EX_c(t+\tau)X_c(t) = EX_s(t+\tau)X_s(t),$$

$$EX_c(t+\tau)X_s(t) = -EX_s(t+\tau)X_c(t).$$

виконуються.

Стаціонарні власні комплексні випадкові процеси розглянуто у **підрозділі 3.2**.

Означення 3.6. Кореляційна функція $r(\tau)$, $\tau \in \mathbb{R}$ стаціонарного власного комплексного випадкового процесу називається стійкою кореляційною функцією, якщо вона може бути представлена у формі

$$r(\tau) = \sigma^2 \exp\left\{-c|\tau|^\alpha \left(1 + i\beta \frac{\tau}{|\tau|}\omega(\tau, \alpha)\right)\right\},$$

де $\sigma^2, c, \beta, \alpha$ – дійснозначні константи, такі що $\sigma^2 > 0, c > 0, |\beta| \leqslant 1, 0 \leqslant \alpha \leqslant 2$,

$$\omega(\tau, \alpha) = \begin{cases} tg\frac{\pi\alpha}{2}, \ 0 \leqslant \alpha \leqslant 2, \alpha \neq 1, \\ \frac{2}{\pi}\log|\tau|, \ \alpha = 1. \end{cases}$$

У **підрозділі 3.3** розглянуто властивості квадратичних гауссових випадкових величин та процесів.

Означення 3.9. Випадковий процес $\eta = \{\eta(t), t \in T\}$ називається квадратичним гауссовим процесом, якщо сім'я випадкових величин

$$\eta = \{\eta(t), t \in T\}$$

утворює простір квадратичних гауссових випадкових величин.

Оцінки розподілу деяких функцій з модуля стаціонарного власного комплексного випадкового процеса Гаусса отримано у **підрозділі 3.4**.

Теорема 3.3. Нехай $X = \{X(t), t \in [a,b]\}$ – гауссовий стаціонарний власний комплексний випадковий процес та

$$|X(t)| = \left(X_c^2(t) + X_s^2(t)\right)^{1/2}.$$

Тоді для

$$u \geqslant \left(\frac{p}{\sqrt{2}} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}+1\right)p}\right)\sigma^2(b-a)^{1/p}$$

виконується наступна нерівність

$$P\left\{\left\|X(t)^2-\sigma^2\right\|_{L_p([a,b])}>u\right\}\leqslant P(u),$$

де

$$P(u)=2\sqrt{1+\frac{u\sqrt{2}}{(b-a)^{1/p}\sigma^2}}\cdot\exp\left\{-\frac{u}{\sqrt{2}(b-a)^{1/p}\sigma^2}\right\}.$$

Теорема 3.4. Нехай $X=\{X(t),t\in[a,b]\}$ – гауссовий стаціонарний власний комплексний випадковий процес та

$$|X(t)|=\left(X_c^2(t)+X_s^2(t)\right)^{1/2}.$$

Якщо $X(t)$ – сепарабельний процес, то для всіх цілих чисел $M>1$ та для всіх

$$u>\frac{2\sqrt{2}\sigma^2M}{\alpha}\left(\max\left(1,\left(\frac{b-a}{2}\right)^{\alpha/2}2\sqrt{c}\right)^{\frac{1}{M-1}}\right),$$

отримаємо

$$P\left\{\sup_{a\leqslant t\leqslant b}\left|(X(t))^2-\sigma^2\right|>x\right\}\leqslant 4e^{\frac{2(M+1)}{\alpha}}\cdot N(x),$$

де

$$N(x)=\exp\left\{-\frac{x}{\sqrt{2}\sigma^2}\right\}\left(\frac{\alpha x}{2\sqrt{2}\sigma^2M}\right)^{\frac{2M}{\alpha}}\left(1+\frac{\sqrt{2}x}{\sigma^2}\right)^{1/2}.$$

В **підрозділі 3.5** вивчається поведінка модуля стаціонарного власного комплексного випадкового процесу на нескінченності.

Теорема 3.5. Нехай $X=\{X(t),t\in(-\infty,\infty)\}$ – гауссовий стаціонарний власний комплексний випадковий процес

$$|X(t)|=\left(X_c^2(t)+X_s^2(t)\right)^{1/2}$$

та $Y(t)=|X(t)|^2-E(X(t))^2=|X(t)|^2-\sigma^2$. Нехай $c(t),t\in R$ – функція така, що

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}|c(t)|^{-p}\,dt<\infty,\ p\geqslant 1.$$

Тоді для

$$u \geqslant \left(\frac{p}{\sqrt{2}} + \sqrt{\left(\frac{p}{2} + 1 \right) p} \right) \cdot \sigma^2 \left(\int\limits_{-\infty}^{\infty} |c(t)|^{-p} dt \right)^{1/p}$$

виконується

$$P\left\{ \left\| \frac{(X(t))^2 - \sigma^2}{c(t)} \right\|_{L_p(-\infty,\infty)} > u \right\}$$

$$\leqslant 2\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}u}{\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty} |c(t)|^{-p} dt \right)^{1/p} \sigma^2}} \cdot \exp\left\{ -\frac{u}{\sqrt{2}\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty} |c(t)|^{-p} dt \right)^{1/p} \sigma^2} \right\}.$$

У **четвертому розділі** побудовано моделі, які наближають гауссовий процес зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$, що є центрованим стаціонарним процесом, із заданою надійністю, точністю в просторах $C([0,T])$ та $L_p([0,T])$.

У **підрозділі 4.1** наведено означення гауссового процесу зі стійкою кореляційною функцією $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$ та способи його зображення.

Теорема 4.2. Нехай $X(t) = \{X(t), t \in [0,T]\}$ – процес зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$. Тоді цей процес можна записати у вигляді ряду, збіжного у середньоквадратичному

$$X(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{kl}(t) \cdot \xi_k + \sum_{k=1}^{\infty} a_{k2}(t) \cdot \eta_k,$$

де $E\xi_k = E\eta_k = 0$, $E\xi_k\xi_l = \delta_{kl}$, $E\eta_k\eta_l = \delta_{kl}$, $E\xi_k\eta_l = 0$,

$$a_{k1}(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma}{(4\pi a)^{1/4}} \cdot \cos tu \cdot e^{-\frac{u^2}{8a}} \cdot g_k(u) du,$$

$$a_{k2}(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma}{(4\pi a)^{1/4}} \cdot \sin tu \cdot e^{-\frac{u^2}{8a}} \cdot g_k(u) du.$$

У **підрозділі 4.2** побудовано модель стаціонарного гауссового процесу зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$ із заданою надійністю та точністю в просторі $C[0,T]$.

Означення 4.3. Нехай $X(t) = \{X(t), t \in [0,T]\}$ – гауссовий випадковий процес зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$, зображений у вигляді сум рядів, збіжних у середньому квадратичному. Процес

$$X_N(t) = \sum_{k=1}^{N} a_{k1}(t) \cdot \xi_k + \sum_{k=1}^{N} a_{k2}(t) \cdot \eta_k$$

називається моделлю процесу $X(t)$.

Означення 4.4. Модель $X_N(t)$ наближає процес $X(t)$ із заданою надійністю $1-\alpha, \alpha > 0$ та точністю $\beta > 0$ в просторі $C(T)$, де $T = [0,T]$, якщо виконується нерівність

$$P\left\{\sup_{0\leqslant t\leqslant T} |X(t) - X_N(t)| > \beta\right\} \leqslant \alpha.$$

Лема 4.1. Нехай $X(t)$ – гауссовий випадковий процес зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$. Якщо $X_N(t)$ – модель цього процесу, тоді має місце така оцінка

$$\left(\sup_{t\in[0,T]} E(X(t) - X_N(t))^2\right)^{1/2} \leqslant B_N,$$

де

$$B_N = \frac{\sigma K}{(\pi a)^{1/4}\sqrt{N+2}} \left(\frac{2\sqrt{2\pi a}}{a} T^2 + 4(2a+1)T + \frac{2\pi a}{a}(2a^2 + 3a + 1)\right).$$

Лема 4.2. Нехай $X(t)$ – гауссовий випадковий процес зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$, $X_N(t)$ – модель цього процесу, де $n \in \mathbb{N}, N > 1, t \in [0,T]$ та нехай

$$Y_N(t) = X(t) - X_N(t).$$

Тоді виконується нерівність

$$\left(\underset{|t-s|\leqslant h}{sup} E\big(Y_N(t) - Y_N(s)\big)^2\right)^{1/2} \leqslant h \cdot C_N,$$

де

$$C_N = \frac{\sqrt{2}K\sigma}{(4\pi a)^{1/4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{N+2}}$$
$$\times \Big(8aT^2 + 2\sqrt{2\pi a}(4a+3)T + 2(1+2a)(5+4a)\Big).$$

Теорема 4.4. Модель $X_N(t)$ наближає сепарабельний гауссовий процес $X(t)$ зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h) = B^2 \exp\Big\{-d|h|^2\Big\}$, $d > 0$ із надійністю $1-\alpha$, $0 < \alpha < 1$, та точністю $\beta > 0$ в просторі $C(T)$, де $T = [0,T], T > 0$, якщо $N > 0, N \in \mathbb{N}$ такі що

$$Z_N(\beta) = 2e \cdot \frac{\beta^{2/\beta}}{B_N^{2/\beta}} \cdot \exp\left\{-\frac{\beta^2}{2B_N^2}\right\}$$
$$\times \left(\Big(\frac{TC_N}{2}\Big)^{\gamma} \frac{\beta^{1-\gamma}}{1-\gamma} + B_N\right)^{1/\gamma} \leqslant \alpha,$$

$$B_N < \frac{\beta}{\sqrt{2}},$$

де B_N визначено в лемі 4.1, та $0 < \gamma \leqslant 1$.

У **підрозділі 4.3** побудовано модель гауссового стаціонарного процесу зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h) = B^2 \exp\Big\{-d|h|^2\Big\}$, $d > 0$, що наближає із заданою надійністю та точністю в просторі $L_p([0,T])$.

Означення 4.5. Модель $X_N(t)$ наближає процес $X(t)$ з надійністю $1-\alpha, \alpha > 0$ та точністю $\beta > 0$ у просторі $L_p([0,T]), p \geqslant 1, t \in [0,T]$, якщо

$$P\left\{ \|X(t) - X_N(t)\|_p > \beta \right\} = P\left\{ \Big(\int\limits_0^T |X(t) - X_N(t)|^p dt\Big)^{1/p} > \beta \right\} \leqslant \alpha.$$

Теорема 4.5. Нехай $X(t) = \{X(t), t \in [0,T]\}$ – гауссовий випадковий процес. Тоді для $\varepsilon > C_p^{1/2}$, де $C = \int\limits_0^T \Big(E(X(t))^2\Big)^{p/2} dt < \infty$, виконується нерівність

$$P\Big\{ \|X(t)\|_p > \varepsilon \Big\} \leqslant 2\exp\left\{-\frac{\varepsilon^2}{2C^{2/p}}\right\}.$$

Лема 4.3. Нехай $X(t)=\{X(t),t\in[0,T]\}$ – гауссовий процес зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h)=B^2\exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d>0$. Якщо $X_N(t)$ – модель цього процессу, тоді справедлива наступна оцінка

$$\int_0^T \left(E\big(X(t)-X_N(t)\big)^2\right)^{p/2}dt\leqslant L_N^{p/2},$$

де

$$L_N=\frac{\sigma^2K^2}{(\pi a)^{1/2}(N+2)}\left(\frac{8\pi T^{\frac{2(2p+1)}{p}}}{a(2p+1)^{2/p}}+\frac{16\sqrt{2\pi a}(2a+1)}{a}\cdot\frac{T^{\frac{3p+2}{p}}}{\left(\frac{3p}{2}+1\right)^{2/p}}\right.$$
$$+\left(16(2a+1)^2+\frac{8\pi}{a}(2a^2+3a+1)\right)\frac{T^{\frac{2(p+1)}{p}}}{(p+1)^{2/p}}$$
$$\left.+8(2a+1)\frac{\sqrt{2\pi a}}{a}(2a^2+3a+1)\frac{T^{\frac{p+2}{p}}}{\left(\frac{p}{2}+1\right)^{2/p}}+\frac{2\pi}{a}(2a^2+3a+1)^2T^{2/p}\right).$$

Теорема 4.6. Нехай $X(t)=\{X_N(t),t\in[0,T]\}$ – гауссовий процес зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h)=B^2\exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d>0$. Модель $X_N(t)$ наближає процес $X(t)$ у просторі $L_p([0,T])$ з точністю β і надійністю $1-\alpha, 0<\alpha<1$, якщо $N>0$ таке, що

$$L_N\leqslant\frac{\beta^2}{p}$$

та

$$L_N\leqslant\frac{\beta^2}{\left(2\left(-\ln\frac{1}{2}\right)\right)},$$

де L_N визначається формулою

$$L_N=\frac{\sigma^2K^2}{(\pi a)^{1/2}(N+2)}\left(\frac{8\pi T^{\frac{2(2p+1)}{p}}}{a(2p+1)^{2/p}}+\frac{16\sqrt{2\pi a}(2a+1)}{a}\cdot\frac{T^{\frac{3p+2}{p}}}{\left(\frac{3p}{2}+1\right)^{2/p}}\right.$$
$$+\left(16(2a+1)^2+\frac{8\pi}{a}(2a^2+3a+1)\right)\frac{T^{\frac{2(p+1)}{p}}}{(p+1)^{2/p}}$$

$$+8(2a+1)\frac{\sqrt{2\pi a}}{a}(2a^2+3a+1)\frac{T^{\frac{p+2}{p}}}{\left(\frac{p}{2}+1\right)^{2/p}}+\frac{2\pi}{a}(2a^2+3a+1)^2T^{2/p}\Bigg).$$

У **п'ятому розділі** запропоновано новий метод побудови довірчого інтервалу для параметра процесу Орнштейна–Уленбека.

У **підрозділі 5.1** побудовано оцінку зверху для ймовірності $P\left\{\frac{1}{T}\nu(t) < \varepsilon\right\}$, а у **підрозділі 5.2** – оцінку зверху для $P\left\{\int_0^1 \widetilde{W}^2(s)ds < \frac{\varepsilon}{T}\right\}$.

Теорема 5.1. Якщо $0 < \theta_0 \leqslant L < +\infty$, то справедлива оцінка

$$P\{|\theta_T-\theta_0|\} > 2\exp\left\{-\frac{\sqrt{T}}{2\sigma^2}\cdot\sqrt{\frac{\sigma^2}{L^2+2\sigma^2}}\right\} + 4\left(\frac{\sigma^2}{\pi^2T^2(L^2+2\sigma^2)}\right)^{\frac{2\sigma^2}{L^2+2\sigma^2}} \times\exp\left\{-T\left(\frac{3}{4}\sqrt{\frac{\sigma^2}{L^2+2\sigma^2}}\right)\right\}(1+o(1)),$$

де $o(1)$ виписується в явному вигляді, $0 < T < +\infty$ – час спостереження за процесом $\xi(t)$.

Шостий розділ присвячений критерію для перевірки гіпотези про вигляд кореляційної функції центрованого дійсного гауссового стаціонарного процесу зі стійкою кореляційною функцією.

Лема 6.1. Нехай $\mathbb{H}$ гіпотеза, яка полягає у тому що кореляційна функція центрованого стаціонарного гауссового випадкового процесу $X=\{X(t), t\in\mathbb{T}=[0,T+A], 0<T<\infty, 0<A<\infty\}$, $t\in\mathbb{R}, EX(t)=0$ дорівнює $\rho(\tau)=B^2\exp\{-d|\tau|^{\alpha}\}$, де $0<\alpha<2$, $d>0$. Нехай корелограма $\hat{\rho}(\tau)=\frac{1}{T}\int_0^T X(t+\tau)X(t)dt, 0\leqslant\tau\leqslant A$ є оцінкою кореляційної функції $\rho(\tau)$. Тоді гіпотеза $\mathbb{H}$ приймається для усіх $\varepsilon \geqslant \left(\frac{p}{\sqrt{2}}+\sqrt{(\frac{p}{2}+1)p}\right)^p C_p$, якщо

$$P\left\{\int_0^A(\hat{\rho}(\tau)-\rho(\tau))^p d\tau > \varepsilon\right\} \leqslant g(\varepsilon),$$

де $g(\varepsilon) = 2\sqrt{1 + \frac{\varepsilon^{\frac{1}{p}}\sqrt{2}}{C_p^{\frac{1}{p}}} \exp\left\{\frac{\varepsilon^{\frac{1}{p}}}{\sqrt{2}C_p^{\frac{1}{p}}}\right\}}$ та відхиляється у протилежному випадку.

Подяка. Автор висловлює щиру подяку своєму науковому керівнику доктору фізико – математичних наук, професору Юрію Васильовичу Козаченку за постійну увагу, підтримку в роботі та цінні поради.

Також автор висловлює щиру подяку доктору фізико – математичних наук, професору Олегу Івановичу Клесову за підтримку і допомогу.

ВИСНОВКИ

Дисертаційну роботу присвячено дослідженню гауссових випадкових процесів зі стійкими кореляційними функціями та їх властивостям.

У дисертаційній роботі розглянуто як дійсні, так і комплексні випадкові процеси зі стійкими кореляційними функціями. Для дійсних процесів знайдено оцінки розподілу супремуму гауссівських стаціонарних процесів зі стійкою кореляційною функцією. Досліджено поведінку на нескінченності та деякі аналітичні властивості цих процесів. Також знайдено оцінки для розподілу норми в просторі $L_p(T)$ дійсного гауссового випадкового процесу зі стійкою кореляційною функцією.

Розглянуто також власні комплексні випадкові процеси. В дисертаційній роботі введено основні означення, пов'язані з комплексними випадковими процесами, зі стаціонарними власними комплексними випадковими процесами. Досліджено властивості квадратичних гауссових випадкових величин та процесів. Також, знайдено оцінки розподілу деяких функцій від модуля гауссівського стаціонарного власного комплексного випадкового процеса. Вивчено поведінка модуля стаціонарного власного комплексного випадкового процесу на нескінченності.

Наведено означення гауссового процесу зі стійкою кореляційною фунцією з параметром $\alpha = 2$. Побудовано моделі, які наближають цей процес із заданою надійністю та точністю в просторах $C([0,T])$ та $L_p([0,T])$. Отримано теорему про наближення випадкового гауссового процесу зі стійкою кореляційною фунцією з параметром $\alpha = 2$ моделлю з заданою точністю та надійністю в просторах $C([0,T])$ та $L_p([0,T])$.

Знайдено новий метод побудови довірчого інтервалу для параметра процесу Орнштейна–Уленбека. Побудовано оцінку зверху для

$$P\left\{ \int\limits_0^1 \widetilde{W}^2(s)ds < \frac{\varepsilon}{T} \right\}.$$

Також, знайдено критерій та описано процедуру для перевірки гіпотези про вигляд кореляційної функції центрованого дійсного гаусcового стаціонарного процесу зі стійкою кореляційною функцією.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Бондарев Б.В. Новый метод построения доверительного интервала для параметра процесса Орнштейна–Уленбека / Б.В. Бондарев, М.Ю. Петранова. // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. 2014. 1. С. 58–63. *Особистий внесок здобувача складають усі отримані в статті результати. Співавтору належить постановка задачі, аналіз отриманих результатів та загальне керівництво роботою.*
2. Козаченко Ю. В. Дійсні стаціонарні гаусові процеси зі стійкими кореляційними функціями / М. Ю. Петранова, Ю. В. Козаченко. // Наук. вісник Ужгород ун-ту. 2017. 2(31). С. 90–100. *Особистий внесок здобувача складають усі отримані в статті результати. Співавтору належить постановка задачі, аналіз отриманих результатів та загальне керівництво роботою.*
3. Петранова М.Ю. Перевірка гіпотези про вигляд кореляційної функції / М.Ю. Петранова. // Наук. вісник Ужгород ун-ту. 2020. 2(37) С. 114–121.
4. Kozachenko Y. Proper complex random processes / Y. Kozachenko, M. Petranova. // Stat., Optim. Inf. Comput. 2017. 5 P. 137–146. (входить до міжнародної наукометричної бази Scopus). *Особистий внесок здобувача складають усі отримані в статті результати. Співавтору належить постановка задачі, аналіз отриманих результатів та загальне керівництво роботою.*
5. Kozachenko Y. Simulation of Gaussian stationary Ornstein–Uhlenbeck process with given reliability and accuracy in space C([0, T]) / Y. Kozachenko, M. Petranova. // Monte Carlo Methods Appl. 2017. 1 P. 277–286. (входить до міжнародної наукометричної бази Scopus). *Особистий внесок здобувача складають усі отримані в статті результати. Співавтору*

належить постановка задачі, аналіз отриманих результатів та загальне керівництво роботою.

6. Petranova M. Simulation of Gaussian stationary quasi Ornstein—Uhlenbeck process with given reliability and accuracy in spaces C([0,T]) and Lp([0,T]) / M. Petranova. // Journal of Applied Mathematics and Statistics. Columbia International Publishing. 2016. 3(1). P. 44–58.
7. Козаченко Ю.В. Власні комплексні випадкові процеси / Ю.В. Козаченко, М.Ю. Петранова. // Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу: Всеукраїнська наукова конференція, тези доповідей. м. Ворохта, 22–25 лютого 2017. С.10–11.
8. Козаченко Ю.В. Власні комплексні випадкові процеси / Ю.В. Козаченко, М.Ю. Петранова. // Збірник наукових праць професорсько–викладацького складу ДонНУ імені Василя Стуса за 2015-2016 рр. 2017. С. 17–19.
9. Козаченко Ю.В. Квазі процес Орнштейна-Уленбека та його моделюваннян / Ю.В. Козаченко, М.Ю. Петранова. // Восьма міжнародна науково–практична конференція студентів, аспірантів і молодих вчених «Сучасні задачі прикладної статистики, промислової, актуарної та фінансової математики». м. Вінниця, 20–22 квітня, 2016. С. 11–12.
10. Козаченко Ю.В. Моделювання квазі процесу Орнштейна-Уленбека в просторах $C([0,T])$ та $L_p([0,T])$ / Ю.В. Козаченко, М.Ю. Петранова. // Праці VIII міжнародної школи–семінару «Теорія прийняття рішень». м. Ужгород, 26 вересня – 1 жовтня 2016. С. 141.
11. Козаченко Ю.В. Оцінки розподілу супремума модуля стаціонарних гауссових власних комплексних випадкових процесів / Ю.В. Козаченко, М.Ю. Петранова. // Матеріали Вісімнадцятої міжнародної наукової конференції імені академіка Михайла Кравчука. м. Київ, 7–10 жовтня 2016. Р. 59–60.
12. Петранова М.Ю. Моделювання гаусівського стаціонарного квазі Орнштейна-Уленбека процесу / М.Ю. Петранова. // Міжнародна наукова конференція «Методика викладання та методи дослідження в математиці». м. Берегове, 21–23 квітня 2016. С. 38.
13. Козаченко Ю.В. Дійсні стаціонарні гаусові процеси зі стійкими кореляційними функціями / Ю.В. Козаченко, М.Ю. Петранова. // IX Всеукраїнська конференція студентів, аспірантів та молодих вчених з математики. 10–11 квітня 2020. С. 10.

14. Kozachenko Yu.V. Real stationary Gaussian processes with stable correlation functions / Yu.V. Kozachenko, M.Yu. Petranova. // International Conference "Stochastic Equations, Limit Theorems and Statistics of Stohastic Processes". Kyiv, Ukraine, September 17–22, 2018. p. 52—53.
15. Kozachenko Yu.V. Simulation of the Ornstein–Uhlenbeck process / Yu.V. Kozachenko, M.Yu. Petranova. // International Conference Differential Equations, Mathematical Physics and Aplications. Cherkasy, Ukraine, October 17–19, 2017. P. 151.
16. Kozachenko Yu.V. Stationary processes with stable correlation functions / Yu.V. Kozachenko, M.Yu. Petranova. // International Conference Modern Stochastics: Theory and Applications.IV. Kyiv, Ukraine, May 24–26, 2018. P. 35.

АНОТАЦІЯ

Петранова М. Ю. Випадкові гауссові процеси зі стійкими кореляційними функціями. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.05 – теорія ймовірностей і математична статистика. – Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського" МОН України, Київ, 2021.

Дисертаційну роботу присвячено вивченню випадкових гауссових процесів зі стійкими кореляційними функціями та їх властивостей. Основною тематикою є знаходження властивостей та деяких оцінок для розподілів дійсних та комплексних випадкових процесів, побудова ймовірнісних моделей, які наближають гауссовий процес зі стійкою кореляційною фунцією $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$ із заданою надійністю $1-\alpha, 0 < \alpha < 1$ та точністю $\beta > 0$ в просторах неперервних функцій $C([0,T])$ та в просторах, інтегровних з показником p, функцій $L_p([0,T]), p \geqslant 1$, побудова довірчого інтервалу для параметра процесу Орнштейна-Уленбека, а також перевірка гіпотези про вигляд кореляційної функції центрованого дійснозначного гауссового стаціонарного процесу зі стійкою кореляційною функцією.

Ключові слова: гауссовий випадковий процес, кореляційна функція, комплексний випадковий процес, точність моделювання, процес Орнштейна–Уленбека, надійність моделювання, модель випадкового процесу, перевірка гіпотез.

АННОТАЦИЯ

Петранова М. Ю. Случайные гауссовые процессы со стойкими корреляционными функциями. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика. – Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского” МОН Украины, Киев, 2021.

Диссертационная работа посвящена изучению случайных гауссовых процессов с устойчивыми корреляционными функциями и их свойств. Основной тематикой является нахождение свойств и некоторых оценок для распределений действительных и комплексных случайных процессов, построение вероятностных моделей, которые приближают гауссовый процесс с устойчивой корреляционной фунцией $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$ с заданной надежностью $1-\alpha, 0 < \alpha < 1$ и точностью $\beta > 0$ в пространствах непрерывных функций $C([0,T])$ и в пространствах, интегрированных с показателем p, функций $L_p([0,T])$, $p \geqslant 1$, построение доверительного интервала для параметра процесса Орнштейна–Уленбека, а также проверка гипотезы о виде корреляцийнной функции центрированного измеримого действительнозначного гауссового стационарного процесса со стойкой корреляционной функцией.

Ключевые слова: гауссовский случайный процесс, корреляционная функция, комплексный случайный процесс, точность моделирования, процесс Орнштейна–Уленбека, надежность моделирования, модель случайного процесса, проверка гипотез.

ABSTRACT

Petranova M. Yu. Random Gaussian processes with stable correlation functions.– Manuscript.

PhD Thesis, 01.01.05 – “Probability theory and mathematical statistics”. – National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2021.

The main objective is to find the properties of random Gaussian processes with stable correlation functions. The main topic is finding the properties and some estimates of distributions of real and complex random

processes, construction of probabilistic models which approximate Gaussian process with a stable correlation function $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$ with a given reliability $1 - \alpha, 0 < \alpha < 1$ and accuracy $\beta > 0$ in the spaces $C([0,T])$ and $L_p([0,T]), p \geqslant 1$, construction of a confidence interval for the parameter of the Ornstein–Uhlenbeck process and testing the hypothesis about the form of the correlation function of a centered measurable real Gaussian stationary process with a stable correlation function.

Some estimates of the distribution of the supremum of a real valued Gaussian process with a stable correlation process is found; the limiting behavior of a real valued Gaussian stationary process with a stable correlation function is studied as t tends to infinity; some estimates of the norm of a real valued Gaussian random process with a stable correlation function is established in the space $Lp(T)$; some analytic properties of Gaussian random processes with stable correlation functions are described; complex valued proper random processes are introduced and some their properties are studied; some upper bounds for the distributionss of some functionals of the absolute value of a stationary complex valued Gaussian proper processes are proved.

Since the correlation function is one of the important characteristics of random processes, there are questions of evaluation and representation of this function for a random process, the construction of criteria for its identification. It is also relevant to use random Gaussian processes with stable correlation functions to solve a wide range of problems, like those for band-limited processes, as well as those in econometrics and financial mathematics.

A special attention is paid to the so-called Ornstein-Uhlenbeck process as a representative of the class of Gaussian processes with a stable correlation function. The interest to the Ornstein-Uhlenbeck process has considerably grown in view of its applications in the field of finance, particularly for Vasicek Interest Rate Model. The Ornstein-Uhlenbeck process is also used for stochastic modeling of exchange rates. Recently the Ornstein-Uhlenbeck process has appeared in finance as a model of the volatility of the underlying asset price process.

The results of the thesis can be conditionally divided into five parts. The first part describes, presents the properties and estimates of the distribution of real Gaussian random processes with a stable correlation function. The second part of the thesis describes, presents the properties and estimates of proper complex random process. The third part discusses the methods of representation and the main properties of Gaussian process with a stable correlation function $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$.

Models that approximate the stationary Gaussian process with a stable correlation function $\rho_2(h) = B^2 \exp\left\{-d|h|^2\right\}$, $d > 0$ with a given reliability, accuracy in space are constructed, and the rates of convergence of the models are found, and the corresponding theorems are stated. The next part proposes a new method for constructing a confidence interval for a parameter θ_0 of the Ornstein-Uhlenbeck process as a solution of a stochastic differential equation. In the last part the problem of testing the hypothesis about the parameter of a stable correlation function is stated.

Key words: Gaussian random process, correlation function, complex random process, accuracy of model, Ornstein–Uhlenbeck process, reliability of model, model of random process, testing hypotheses.